

## カオスを「測る」～データサイエンスへの応用

### カオス尺度とリアプノフ指数の関係性を証明

1970年頃、カオス現象は至るところに存在することが知られるようになりました。カオス理論の研究では、リアプノフ指数と呼ばれる定量化法が「カオス現象を生み出す方程式の特徴」として定義されました。その後、データからリアプノフ指数を推定するためのさまざまな研究が行われてきました。しかし、現在有力な手法は、大量のデータを用いて方程式を推定する過程が必要で、リアルタイム分析に耐えられるものではありません。

一方、1990年代に、大矢雅則氏<sup>注1</sup>が情報理論で定義される条件付エントロピー（同氏はカオス尺度と称した）がリアプノフ指数とよく似た挙動を呈することを示しましたが、数学的証明のないまま同氏は他界しています。カオス尺度はデータから容易に計算可能であるという特徴があります。

2017年に、当社の奥富と私は、リアプノフ指数とカオス尺度には数学的関係性があることを解析学的に証明しました。さらに、私は2018年から当社の留学制度を利用して京都大学の博士後期課程に進学して、2019年にリ

アプノフ指数とカオス尺度両者の差を情報理論的に説明できることを発見し、情報理論として整理された形で両者の関係性を証明しました。この成果は、日本応用数学会の論文誌とレターに採録されることが決定しています(図-1)。

私たちが示した2つの定理（およびその証明）によって、データの「カオス性を測る」ことが容易になり、サイエンスとテクノロジーの両分野において今後有効に活用されることを願っています。

### 心拍変動のカオス性と生理状態の推定

ところで、最近ウェアラブルセンサーの進化に伴いバイタルデータの活用が進んでいます。センサーが計測する心拍数、脈拍数、血圧、体重といったバイタルデータは、数値自体が意味を持つものですが、私たちは、センサーでは直接計測できない自律神経のバランス、ストレス、疲労、眠気といった人間の状態を推定する研究を行っています。

当分野の研究は、主として心拍変動の周波数分析と統計量分析で構成されますが、これに対して、私たちの研究は独

自にカオス分析を導入した点が新しいものとなっています。心臓の拍動は完全なる周期運動ではなくバラツキ（ゆらぎ）をもつため、周波数分析のスペクトルには際立ったピークが現れません。また、カオス分析で捉えようとするバラツキは、統計量分析で捉えようとするバラツキ（分散）とは根本的に異なります。すなわち、「カオス性を測る」ことによってバラツキの適切な定量化が可能であると考えています。

本研究は現在、進学先である京都大学と共同での実証実験を行っています。研究というものは本来、理論か応用かのいずれかに偏りがちですが、私たちはその両方に取り組んでいる点が強みだと考えています。

私たちの目標は、カオス分析と従来の分析法を合わせることで、より正確に人間の状態を推定する技術を確認することです(図-2)。ストレスや疲労を定量化することができるなら、過剰なストレスや過労死などを未然に防げるかもしれません。本研究が人や社会に役立つものになることを期待しています。

(技術マーケティング部 真尾 朋行)

注1) 大矢雅則氏：数学者、数理物理学者、元東京理科大学理工学部長、Ph.D 理学博士

**定理(奥富) (2017年)**

(カオス尺度) = (リアプノフ指数) + (D関数に由来する非負の値)

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log |\tau'(x_i)| + D(x) \rho(x) dx$$

非負関数 D(x) の存在を示し、両者の数学的関係を示した(証明を与えた)

日本応用数学会 研究部会連合発表会優秀講演賞 を受賞(2017年)

**定理(真尾) (2019年)**

(リアプノフ指数) = (カオス尺度) - (データの存在範囲を特定する情報量)

$$\lambda = \sum_{i=1}^N p(i) \sum_{j=1}^N p(j|i) \{ [-\log p(j|i)] - [-\log q(i,j)] \}$$

両者の差分を情報理論的に説明し、両者の数学的関係を示した(証明を与えた)

日本応用数学会 論文誌 および レター に採録が決定(2019年)

図-1 私たちが導いた2つの定理(リアプノフ指数とカオス尺度の数学的関係性)

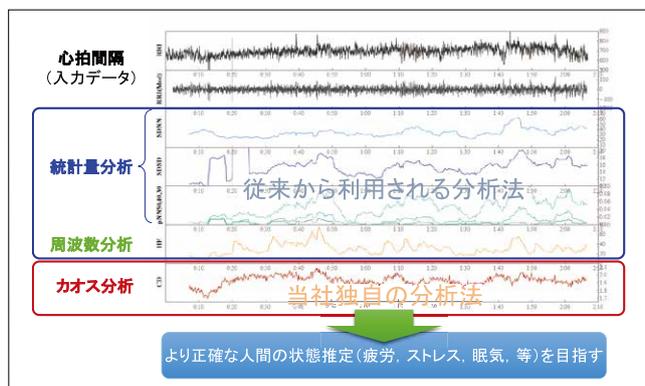


図-2 従来の分析(副交感神経の活動状態)とカオス分析を用いた状態推定